

運動の記述

pp.1~13

書誌概要

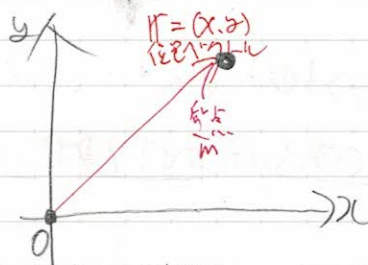
・岩波基礎物理シリーズ【新装版】力学・解析力学

(阿部龍蔵著、岩波書店)

・おもしろいように選んだもの。力学で「それなりにレベル」にあるもの

・力学部分は結構飛ばしていく予定

質点と位置ベクトル



ある質点(質量がなくてもいい)の
存在位置を、原点Oからのベクトル
位置ベクトル $\mathbf{r}$ で表す。

速度と加速度

平均速度: $\mathbf{r}$ が t の間 $\mathbf{r}(t)$ で動いた Δt 秒後の位置は

$$\mathbf{r}(t+\Delta t) = \mathbf{r}(t) + \Delta \mathbf{r}$$

この差が
変位ベクトル

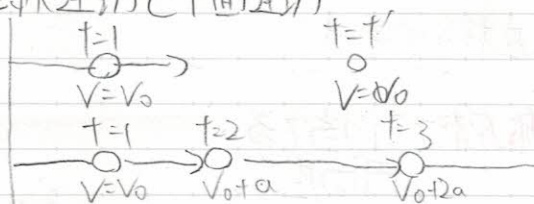
$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \text{ を平均速度という}$$

速度: $\Delta t \rightarrow 0$ としたときの状態を考えると、

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t}$$

↑これは $\mathbf{r}$ の時間微分
 $\therefore \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$ 、これを速度あるいは瞬間速度という

直線運動と平面運動



直線運動: 1次元

平面運動: 2次元

※これは取り扱う空間に関係なく次元の数が
もたらす。

加速度

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \text{ : 加速度という}$$

 $\mathbf{a} = (\text{const.})$ である運動を等加速度運動という

(瞬間微分)

$$\mathbf{v} = \int \mathbf{a} dt = \mathbf{a}t + \mathbf{v}_0$$

(時間微分)

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{v} dt = \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}_0t + \mathbf{r}_0$$

等速円運動と単振動

・等速円運動: つねにある円周にいる運動



定義上、
$$\begin{cases} x = A \cos \omega t \\ y = A \sin \omega t \end{cases}$$

↓ 時間微分

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} = -A\omega \sin \omega t \\ v_y = \dot{y} = A\omega \cos \omega t \end{cases} \rightarrow |v| = A\omega$$

↓ 時間微分

$$\begin{cases} a_x = \dot{v}_x = -A\omega^2 \cos \omega t \\ a_y = \dot{v}_y = -A\omega^2 \sin \omega t \end{cases} \rightarrow |a| = A\omega^2$$

・単振動: ある直線上で振動する運動、等速円運動のある次元の射影したものに等しい



定義上、
$$x = A \sin(\omega t + \alpha)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \alpha)$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \alpha)$$

ベクトルのスカラー積 --- 3つの本で「最」かつたのである

一般座標

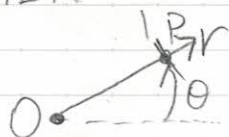
数値では一般に直交直交座標(デカルト座標)で表す



物理では対称ごとに解析しやすい一般座標で割り当てる。

・極座標

・円筒座標



デカルト座標とは

$$2\text{次元} \begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$$

$$3\text{次元} \begin{cases} x = r \sin \theta \cos \phi \\ y = r \sin \theta \sin \phi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

極座標 (2次元)

(r, theta, phi) (3次元)
で表す座標



(r, theta) は極座標で、
z はそのままの座標と
借用する座標

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ z = z \end{cases}$$

。束縛条件と運動の自由度

束縛条件 質点が空間中のある軌跡のみに限定して動く運動

たとえば「振り子」運動は振り子の長さを越える動きはしない

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2$$

運動の自由度 質点の運動を決めるのに必要な変数の数

基本的に空間の次元数と等しく、

束縛条件が1つ増えると1下がる

質点系 質点が複数あるとし、それ全体を1つの体系とみなして考える方法

n 個の質点が3次元空間にあるなら、

自由度は3 n になる

剛体 質点と違い大きさや形のあるモノ、ただし変形はしない

力と仕事 pp.17~31

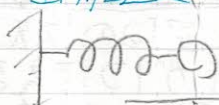
○ **力**: 物体の運動状態を変化せせたり、物体を変形せせたりする原因になるもの (ベクトル量)

ある変点に2つの力 F_1 と F_2 が働くとし、 $F = F_1 + F_2$ のようなベクトル和の力が働く (合力)

重力: 物体が「ある」と働く力

質量 m の物体には、常に木向きに $F = mg$ (g は重力加速度)

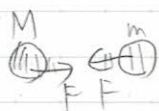
はねの弾性力
~~重力の反力~~



はねの振動運動 $\Rightarrow$ 弾性力

フックの法則: $F = -kx$ (k はばね定数)

万有引力 あらゆる物体どうしが引く力
重力はその一例



$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

(G : 万有引力定数)

○ **力の釣り合い**

変点にかかる合力が0になっていると力は**釣り合い**の状態にある

特にその変点が静止しているとは**平衡状態**にある

変点の場合、 $\sum F_i = 0$ であらばいい

束縛力

変点が束縛運動しているとき、その束縛条件に相当する力 (束縛力) を受ける
たとえば「接触している」力は**垂直抗力**を受ける

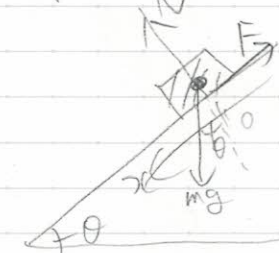
摩擦力: 束縛力の一例、物体の運動をせよようとする

{ 静止摩擦力: 止まっている物体を運動させない力

{ 動摩擦力: 動いている物体の速度で落とそうとする力



$$\begin{cases} F_m = \mu N & (\mu: \text{静止摩擦係数}) \\ F = \mu' N & (\mu': \text{動摩擦係数}) \end{cases}$$

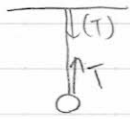


斜面ではその傾きにあわせて力が分解される

$$\begin{cases} F = mg \sin \theta \\ N = mg \cos \theta \end{cases} \rightarrow F \leq \mu N \text{ だとすべらない}$$

$$\frac{F}{N} = \tan \theta \leq \mu \quad \text{これをみたす } \theta \text{ (逆側) を接触角という}$$

張力



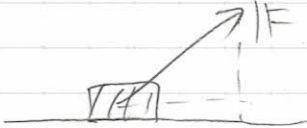
張っている状態の糸の先端におもりをつけたときに
受ける反力

ポテンシャルと保存力

力 F に対して、 $-\int F dx = U$ で表せる値を ポテンシャル または 位置エネルギー とい
逆に $F = -\nabla U = -\text{grad}(U)$ と微分系で書くこともできる
ポテンシャルはエネルギー保存則が成り立つ

1つの質点に複数の力が働いて $F = \sum F_i$ の合力がはたらく時、
そのポテンシャルは $U = -\int F dx = -\int \sum F_i dx$ と合力の積分で計算してよい。

仕事と仕事率



物体に力が加わり物体が動いたとして
力は物体に 仕事 をしたという
力による移動距離を Δs とよくし、

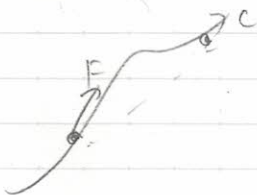
$\Delta W = F \cos \theta \cdot \Delta s$ の仕事 ΔW をしたことになる

ないしベクトル表現で $\Delta W = F \cdot \Delta x$

これは エネルギーと同じ単位 (J) をもつ

1秒間ごとにする仕事のことを 仕事率 という

ある軌跡に沿った運動の仕事は



$W = \int_c F \cdot dx$ という 線積分 になる。